



Аналіз сигналів за допомогою вейвлет перетворень

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	4 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	120 годин/4 кредити (30 годин – лекції, 30 години – практичні, 60 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік/модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: кандидат фіз.-мат. наук, доцент Федорова Лідія Борисівна, fedova.lb@gmail.com Практичні/Семінарські: кандидат фіз.-мат. наук, доцент Федорова Лідія Борисівна, fedova.lb@gmail.com
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Цілі дисципліни	Метою навчальної дисципліни є формування у студентів компетентностей. – здатність у процесі навчання та при самостійній підготовці до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел, здатність використовувати інформаційні та комунікаційні технології; – спроможність отримувати наслідки з постулатів математичних моделей (оцінка параметрів, прогноз, перевірка гіпотез), здібність до висунення постулатів альтернативних математичних структур і порівняння нових моделей з існуючими; – здатність застосувати математичні методи до прогнозування економічних та соціальних процесів у сфері управління на підприємствах, в фінансових установах, в учбових закладах тощо.
Предмет навчальної дисципліни	Буде вивчатися аналіз сигналів за допомогою вейвлет-аналізу як новітній розділ прикладної математики, створений на границі між 20 та 21 століттями. Вейвлет-аналіз виник в теорії геофізичних сигналів (як розділ прикладної математики) і лише згодом розвинувся як розділ фундаментальної науки. На даний момент застосовується в різних прикладних науках і тому може бути використаний в прикладних дослідженнях, де є необхідною кваліфікація в області математики. Це розширює суттєво список областей діяльності, де математик може отримати високооплачувану роботу
Компетентності	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1); Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК2); Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій (ЗК6); Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК7); Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК9); Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК1); Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (ФК2); Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (ФК6); Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (ФК8);
Програмні результати навчання	Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики (РН7); Уміти працювати зі спеціальною літературою іноземною мовою (РН9); Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (РН10);

	Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (PH11); Знати міждисциплінарні зв'язки між математичною та іншими природничими та соціальними науками; основи міжнародного співробітництва в галузі науки та освіти; математичної мови як універсального способу для моделювання природничих, технічних та соціальних процесів (PH23);
--	--

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Вибіркова дисципліна «Аналіз сигналів за допомогою вейлет перетворень» викладається у восьмому семестрі (4 курс) базується на знаннях з математичного аналізу, теорії матриць, теорії функцій комплексної змінної, теорії диференціальних і інтегральних рівнянь, математичної фізики, Фур'є аналізу.

Постреквізити: Дисципліна «Аналіз сигналів за допомогою вейлет перетворень» викладається в останньому семестрі бакалаврського рівня вищої освіти і передусє комплексному атестаційному екзамєну.

3. Зміст навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
<i>1</i>				
Тема 1. Вступ	10	4	2	4
Тема 2 Ряд і інтегральне перетворення Фур'є (погляд з точки зору застосувань і вейлет аналізу)	14	4	4	6
Тема 3. Деякі довейвлетні інтегральні перетворення і їх застосування	20	6	6	8
Тема 4. Вейвлетні ряди.	20	6	6	8
Тема 5. Вейвлетне інтегральне перетворення.	30	10	8	12
МКР	6		2	4
РГР	10			10
Залік	10		2	8
Всього годин	120	30	30	60

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

- Геранін В.О., Писаренко Л.Д., Руцицький Я.Я. Математичні аспекти хвилькового аналізу. Навчальний посібник з 16 лекцій. Київ: ВПФ УкрІНТЕІ, 2001. – 164 с.
- Burrus C.S., Gopinath R.A., Guo H. Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms. Hrentice_Hall, Inc., New Jersey, 1998 268 pp.

3. Mayer Y. Wavelets. Algorithms and Applications. SIAM (Society of Industrial and Applied Mathematics), Philadelphia, Pennsylvania, Pennsylvania, 1993, 133 pp.
4. Kaiser G A Friendly Guide to Wavelets. Boston – Basel – Berlin, Birkhauser, 1994, 143 pp.
5. Wojtaszczyk PAA Mathematical Introduction to Wavelets. London Mathematical Society Student Texts. Cambridge, Cambridge University Press, 1997 366 pp.

Допоміжна література

6. Nievergelt Y. Wavelets Made Easy. Birkhauser, Boston – Basel – Berlin, 1999, 297 pp.
7. Aboufadel E., Schlicker S. Discovering Wavelets. John Wiley Sons, New York – Toronto, 1999, 125 pp.
8. Walker J. A Primer on Wavelets and Their Scientific Applications. Chapman and Hall, 1999, 155 pp.
9. Peitgen H. O., Jurgens H., Saupe D. Chaos and Fractals. Springer Verlag, New York, 1993. – 984 pp.
10. Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. SIAM (Society of Industrial and Applied Mathematics), Philadelphia, Pennsylvania, 1982, 357 pp.
11. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. W.H. Freeman and Co., New York, 1982. – 244 pp.
12. Cronover R.M. Introduction to Fractals and Chaos. Jones and Bartlett Publishers, Boston-London, 200. – 352 pp.
13. Belair J., Dubuc S (Eds) Fractal Geometry and Analysis. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1991. – 366 pp.
14. Feder J. Fractals. Plenum Press, New York, 1988. – 344 pp.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1-2	Про зміст та завдання спеціального курсу “Інтегральні перетворення”. Схема курсу. Підручники та монографії. Загальна теорія інтегральних перетворень. Пряме та обернене перетворення. Застосування до розв’язування диференціальних рівнянь. Визначення оптимального ядра та вагової функції. Вейвлетні інтегральні перетворення.. Приклад стиску інформації в комп’ютері - відбитки пальців в ФБР. Хвилька (вейвлет) і хвильковий (вейвлетний) аналіз – аналіз первинних понять і ввідні коментарі. Хвилька і строге фізичне поняття хвилі. Материнський вейвлет. Mexican hat - мексиканський капелюх. Основні простори функцій $L^2(\mathbb{R}), L^p(\mathbb{R}), H^p(\mathbb{R})$ - необхідні у вейвлетному аналізі. Фізичний коментар простору Харді.
3	Ряд і інтегральне перетворення Фур’є (погляд з точки зору застосувань і вейвлет аналізу) Ескізна схема хвилькового аналізу. Ряди Фур’є в $L^2(\mathbb{R})$. Означення. Властивість мінімальності. Нерівність Бесселя. Теорема Парсеваля-Планшереля. Теорема Ріса-Фішера. Коментар. Контр-прикладі Банаха, Карлемана, Едвардса. Фізичний приклад щодо енергії сигналу. Збіжності, основані на сумуванні за Чезаро. Ознаки Діні-Ліпшица та Діріхле-Жордана. Система функцій Радемахера. Бінарний розклад числа. Графіки і коментар. Система функцій Уолша. Порядок і ранг функції Уолша. Графіки і коментар. Система функцій Хаара. Діадні проміжки. Графіки і коментар.

4	Значення функцій Хаара для вейвлет аналізу. Три шляхи розвитку теорії рядів Фур'є. Для критичні факти щодо системи Хаара. Система Шаудера-Фабера. Трикутні функції. Базис Шаудкра. Проблема локалізації енергії сигналу. ДІАДНІ БЛОКИ та АТОМИ Літлвуда-Пелі. Теорема Літлвуда-Пелі. Нове означення материнського вейвлета. Теорема про діадні блоки в багатовимірному просторі. Перетворення Фур'є. Перехід від ряду до перетворення. Періодичність абсолютна інтегрованість. Класична теорема про достатні умови існування і збіжності інтегралу Фур'є. Спектральна густина і функція Дірака. Дзвіноподібна функція (Гауссіан). Невизначеність за Гайзенбергом. Локалізація за часом – селективність за чистотою.
5	Інтегральні перетворення. Симетричні та ермітові ядра. Умова самосумісності. Унітарність оператора інтегрального перетворення. Інтегральне перетворення: 1. Лапласа. 2. Мелліна. 3. Ханкеля. 4. Меллера-Фока. 5. Хартлі. Парна та непарна компоненти перетворення Хартлі. Приклади застосування перетворення Хартлі: зрізана експонента, прямокутний імпульс Властивості перетворення Хартлі: лінійність, інверсія, масштабування, зсув, модуляція, диференціювання, згортка, множення, кореляція, формула Парсеваля.
6-7	Інтегральне перетворення Гільберта. Три означення перетворення Гільберта (через згортку, через зсув за фазою, через уявну частину аналітичного сигналу). Обчислення та властивості перетворення Гільберта. Приклад: смуговий сигнал. Комплексна огинаюча, доогинаюча та квадратурна компонента смугового сигналу. Віконне перетворення Фур'є. Віконна функція Габора. Приклади віконних функцій. Сімейство когерентних станів. Властивості віконного перетворення. Розміри вікна. Дискретизація і дискретне віконне перетворення Фур'є-Габора. Двоякоперіодичні прямокутники. Критичний коментар. Здатність розрізнення деталей.
8	Базиси. Ортогональні базиси. Біортогональні базиси. Приклади біортогонального базису, ряду Фур'є та розкладів, основаних на функції Шеннона (sinc – функції). Фрейми (рамки). Точні, вільні, тісні та прилягаючі рамки. Теорема про властивість мінімальності. Теорема про декомпозицію. Приклади тісної рамки та застосування $\sin$ - функцій як тісної рамки. Безумовна, абсолютна і умовна збіжності. Умовні й безумовні (абсолютні) базиси. Означення Мейера, Войташека, Донохоу.
9	Аналіз функцій, оснований на здатності розрізнення. Масштабна функція. Батьківський вейвлет. Вкладені простори аналізу, оснований на здатності розрізнення. Ортогональні доповнення до вкладених просторів. Явний алгоритм. Двомасштабна послідовність і три основні припущення. Зв'язок масштабних функцій і вкладених підпросторів простору $L^2(R)$. Зв'язок масштабних функцій і хвильок. Теореми про необхідні умови. Матриці здрібнення та переходу. Приклад аналізу, оснований на функції Хаара та В-сплайні.
10	Декомпозиція простору $L^2(R)$. Множина хвилькових функцій. Теореми про зв'язок має штабних і хвилькових коефіцієнтів. Загальні властивості масштабних і хвилькових функцій. Приклади хвильок, побудованих на функції Хаара та лінійному сплайні. Приклад побудови множин хвилькових функцій Хаара.
11	Декаміозиція простору $L^2(R)$. Множина хвилькових функцій. Дискретне вейвлет перетворення. Аналіз – перехід від дробного до грубого масштабу. Синтез – перехід від грубого до дрібного масштабу. Аналог теореми Парсеваля. Аналіз за рівнем масштабу і за локалізацією за часом. Приклад застосування просторів масштабних функцій та просторів деталей.
12	Вейвлетне перетворення (загальний випадок). Загальні формули та означення. Фур'є перетворення хвильки. Інтерпретація в термінах теорії сигналів. Здатність розрізнення хвилькового перетворення. Комплекснозначні хвильки. Властивості комплекснозначного хвилькового перетворення. Дискретизація Хвилькового перетворення. Означення дискретного хвилькового перетворення. Ортогональні хвильки. Формула реконструкції сигналу у випадку ортогональних хвильок. Діад на хвилька та діадне хвилькове перетворення. Рівняння збереження енергії сигналу.

13	Здатність хвилькового перетворення характеризувати локальну регулярність (правильність, неперервність, розривність) сигналу. Показники Хйольдера (показники Ліпшица). Ліпшіцові функції. Три означення і коментар. Нульові перетини хвилькового перетворення. Згладжуюча функція. Стійке представлення нульових перетинів. Побудова східчастої функції. Реконструкція сигналу за допомогою представлення нульових перетинів. Відстані в представленні нульових перетинів.
14-15	Двовимірне хвилькове перетворення. Основні означення. Згортка. Основні властивості хвилькового перетворення. Ядро відтворення. Випадок, коли розрізняються локальні орієнтації особливості функції. Пристосоване до вивчення зображень двовимірне хвилькове перетворення. Згладжуюча функція та згладжуючий оператор. Точки різкої зміни зображення. Модуль та аргумент вектора хвилькового перетворення. Реконструкція двовимірного сигналу за допомогою максимумів хвилькового перетворення. Дискретне двовимірне хвилькове перетворення плоских зображень. Згладжуюча функція та згладжуючий оператор. Криві локального максимуму та відмінності в границях зображення. Локальна регулярність за Ліпшицом – точки різкої зміни. Теорема про регулярність за Ліпшицом. Гладкість зміни функції. Ланцюжки максимумів. Математичний алгоритм реконструкції зображення.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Розділення змінних в диференціальних рівняннях, до яких застосовуються інтегральні перетворення. Розділення змінних в рівнянні Лапласа в координатах: 1. довільні криволінійні ортогональні; 2. декартові (прямокутні); 3. циліндричні; 4. біциліндричні; 5. параболічні циліндричні; 6. Параболічні.
2-3	Розділення змінних в диференціальних рівняннях, до яких застосовуються інтегральні перетворення. Розділення змінних в рівнянні Лапласа в координатах: 7. параболоїдальні; 8. сферичні; 9. бісферичні; 10. сплюсненого сфероїда; 11. витягнутого сфероїда; 12. еліпсоїдальні; 13. сплюсненого еліпсоїда обертання (вироджені еліпсоїдальні координати); 14. витягнутого еліпсоїда обертання (вироджені еліпсоїдальні координати); 15. тороїдальні; 16. конічні.
4-5	Вікна (віконні функції): 1. прямокутне вікно (вікно Діріхле); 2. трикутне вікно; 3. трикутне вікно Бартлета; 4. вікно Хаммінга (припіднятий косинус); 5. вікно Ханна (припіднятий косинус); 6. вікно Такея (клиновидне вікно); 7. синусоїдальне вікно; 8. вікно Ланцоша (sinc -вікно); 9. вікно Гаусса (вікно Габора); 10. вікно Бартлета-Ханна.
6-7	Вікна (віконні функції): 11. вікно Блекмана; 12. вікно Блекмана-Нутелла; 13. вікно Блекмана-Харріса; 14. вікно Кайзера; 15. вікно Нутелла; 16. вікно з плоским верхом; 17. експоненціальне вікно; 18. вікно Дольфа-Чебишова; 19. вікно Бесселя; 20. вікно Райфа-Вінсента. Базиси: 1. базис Шаудера. 2. базис Шеннона.
8-9	Класичні сімейства вейвлетів – ядер вейвлетного інтегрального перетворення: 1. вейвлет Хаара (Haar wavelet). 2. вейвлет Стромберга (Stromberg wavelet). 3. вейвлет Габора (Gabor wavelet). 4. вейвлет Дюбеші-Жаффара-Журне (Daubechies-Jaffard-Journe wavelet).
10-11	Класичні сімейства вейвлетів – ядер вейвлетного інтегрального перетворення:

	5. вейвлет Габора--Мальвара (Gabor-Malvar wavelet). 6. вейвлет Дюбеші (Daubechies wavelets). 7. вейвлет Гроссмана-Морле (Grossmann-Morlet wavelet). 8. вейвлет "мексиканський капелюх" (Mexican hat wavelet).
12-13	Класичні сімейства вейвлетів – ядер вейвлетного інтегрального перетворення: 9. вейвлет Койфмана "койфік" (Coifman wavelet - coiflet). 10. вейвлет Мальвара-Мейера-Койфмана (Malvar-Meyer-Coifman wavelet). 11. вейвлет Шеннона (Shannon wave-let) або sinc хвиляка. Класичні сімейства вейвлетів – ядер вейвлетного інтегрального перетворення: 12. вейвлет Коена-Дюбеші-Фово (Cohen-Daubechies-Feaveau wavelet). 13. вейвлет Жеронімо-Хардіна-Масопуста (Geronimo-Hardin-Massopust wavelet) 14. вейвлет Беттла-Лемері (Battle-Lemarie wavelet)
14	Модульна контрольна робота.
15	Залік

6. Самостійна робота студента

Вивчення дисципліни включає наступні види самостійної роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи;
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка презентацій доповідей;
- підготовка до заліку.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів розв'язання основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання розрахункової роботи, підготовку до МКР, презентації доповіді та заліку.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РГР	Семестр. атест.
1	4	120	30	30	60	1	1	залік

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf.

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РГР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання ДКР, підготовку презентацій доповідей. Кожний студент отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- роботу на практичних заняттях, що включає підготовку доповідей за обраною темою;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи (РГР).

Відповіді під час практичних занять

Ваговий бал 2

- якщо задача повністю розв'язана, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;
 - якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує 0,5 запланованих балів;
 - якщо незадовільна відповідь, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів
- Максимальний бал $10=2 \times 5$.

Доповідь

- підготовка презентації і доповідь – 15 балів;
 - відповіді на запитання – 5 бали;
- Максимальний бал 20.

Модульна контрольна робота

МКР проводиться на останньому практичному занятті

Оцінка виставляється шляхом перерахунку відсотка правильно виконаних завдань в рейтингові бали.

Відсутність на контрольній роботі – 0 балів.

Максимальний бал 40

Розрахункова робота

Ваговий бал 10

Розрахункова робота виконується і захищається частинами, що за змістом відповідають кожній темі, і складається з 3 завдань. Кожна частина РР здається в терміни, встановлені викладачем.

При виконанні менше 60% РР вона не зараховується і повинна бути доопрацьована.

Максимальний бал $10 \times 3=30$

Штрафні та заохочувальні бали

- несвоєчасне (пізніше ніж на тиждень) подання розрахункової роботи -1 бал
- заохочувальні бали за виконання творчих завдань
- успішна участь у олімпіаді з вищої математики

Максимальна кількість штрафних (заохочувальних) балів не перевищує 10% (10 балів)

Форма семестрового контролю – залік

Якщо виконано усі передбачені види робіт, то залік виставляється «автоматом» згідно рейтингу здобувача, з переведенням в оцінку за університетською шкалою. В разі недостатньої кількості балів або з метою підвищення рейтингу, дозволяється написання залікової роботи, за результатами якої здобувач отримує остаточний рейтинговий бал

Умови позитивної оцінки календарного контролю

Для отримання “зараховано” з першої (8 тиждень) та другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів на момент проведення календарного контролю.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Розрахунок шкали рейтингу (R):

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R = 10 + 20 + 40 + 30 = 100 \text{ балів.}$$

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцентом кафедри МА та ТЙ, канд. фіз.-мат. наук, доцентом Федоровою Лідією Борисівною

Ухвалено кафедрою МА та ТЙ (протокол № 16 від 08.07.2022 р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 8 від 11.07.2022 р.)